

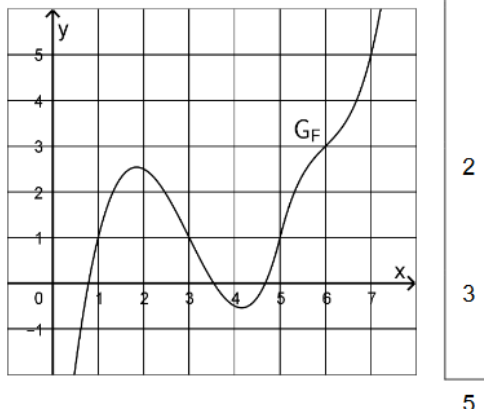
Analysis – 2020 Teil A -ohne Hilfsmittel

Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und F , wobei F eine Stammfunktion von f ist. Die Abbildung zeigt den Graphen G_F von F .

a Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_1^7 f(x) dx.$$

b Bestimmen Sie den Funktionswert von f an der Stelle 1. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung.



2

3

5

Aufgabe 2 (Pflichtteil)

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktionen

$$f_k : x \mapsto x^4 + (2-k) \cdot x^3 - k \cdot x^2 \text{ mit } k \in \mathbb{R}.$$

a Begründen Sie, dass der Graph von f_2 symmetrisch bezüglich der y -Achse ist.

b Es gibt einen Wert von k , für den 1 eine Wendestelle von f_k ist. Berechnen Sie diesen Wert von k .

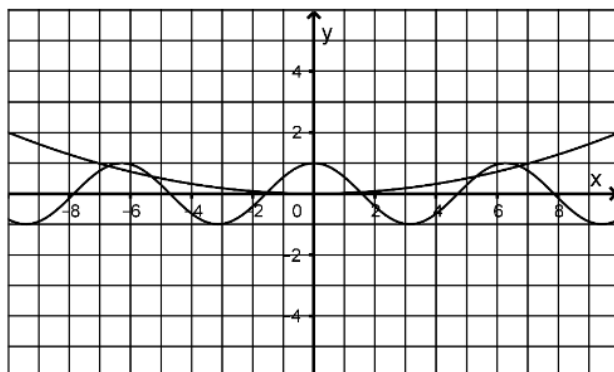
1

4

5

Aufgabe 3 (Wahlteil - schwerer)

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $f : x \mapsto \cos x$ und $g_k : x \mapsto k \cdot x^2$ mit $k \in \mathbb{R}^+$. Die Abbildung zeigt die Graphen von f und $g_{\frac{1}{50}}$.



a Skizzieren Sie in der Abbildung den Graphen von $g_{\frac{1}{4}}$.

b Entscheiden Sie, ob es Werte von k gibt, für die die Gleichung $f(x) = g_k(x)$ mehr als 2022 Lösungen hat. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

2

3

5

Aufgabe 4 (Wahlteil - schwerer)

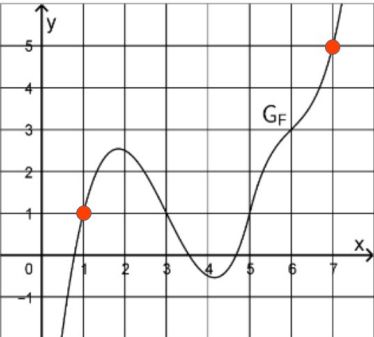
Ermitteln Sie eine Gleichung der quadratischen Funktion g , die die beiden folgenden Eigenschaften hat:

- ♦ Der Graph von g schneidet die Gerade mit der Gleichung $y = \frac{1}{4}x + 1$ im Punkt $(0|1)$ unter einem rechten Winkel.
- ♦ Die x - und die y -Koordinate des Extrempunkts des Graphen von g stimmen überein.

5

Aufgabe 1

a)

Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
$\int_1^7 f(x) dx = F(7) - F(1)$ $= 5 - 1$ $= 4$	ACHTUNG: Der Graph zeigt die STAMMFUNKTION Es dürfen also Keine Kästchen gezählt werden, sondern es müssen die Funktionswerte der Stammfunktion am Graph abgelesen werden!! 

b)

[illegible]

--	--

Aufgabe 2

a)

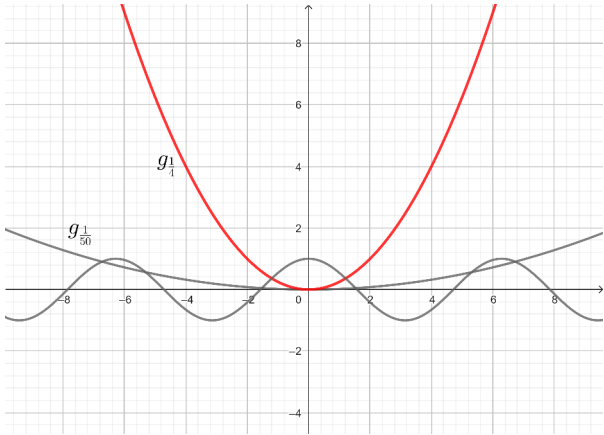
Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
Für $k=2$ lautet die Funktionsgleichung $f_2(x) = x^4 - 2x^2$ Diese Funktion hat nur gerade Potenzen von x, der Graph ist also achsensymmetrisch zur y- Achse.	

b)

Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
$f'_k(x) = 4x^3 + 3(2-k) \cdot x^2 - 2kx$ $f''_k(x) = 12x^2 + 6(2-k)x - 2k$ Notwendig $f'_k(x) = 0$ $12x^2 + 6(2-k)x - 2k = 0$ $12(\textcolor{red}{1})^2 + 6(2-k) \cdot (\textcolor{red}{1}) - 2k = 0$ $12 + 12 - 6k - 2k = 0$ $k = 3$	Wendepunkte sind gefragt, also mind. Die ersten beiden Ableitungen machen Das „k“ ist ein Parameter, der wird wie eine „normale Zahl“ behandelt. Der x-Wert der Wendestelle ist uns in der Aufgabe angegeben, also setzen wir ihn ein und lösen nach „k“ auf.

Aufgabe 3

a)

Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
	HINWEISE: 1. Eine Schar ist eine Funktion, die noch einen Parameter hat (hier das k), den schreibt man als Index an die Funktion, um klar zu machen, dass es eine Schar ist. 2. Man kann eine Funktionsgleichung auf drei Arten angeben – alle meinen das Gleiche: ◦ $f_k \rightarrow -k \cdot (x^4 - 4x^3)$ ◦ $f_k(x) = -k \cdot (x^4 - 4x^3)$ ◦ $y = -k \cdot (x^4 - 4x^3)$ 3. $k \in \mathbb{R}^+$ bedeutet „k ist irgendeine Zahl die größer ist als 0“
	ACHTUNG: Der gezeichnete Graph hat $k = \frac{1}{50}$ (der Index), der Graph mit $k = \frac{1}{4}$ muss also SCHMALER sein!

b)

Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
K muss nur größer als Null sein, kann aber beliebig kleiner Werte annehmen. Je kleiner k desto flacher wird die Kurve. Je flacher desto mehr Schnittpunkte haben die beiden Graphen. Es gibt beliebig viele Schnittpunkte.	

Aufgabe 4

Was aufgeschrieben werden sollte	Kommentare – nur zum Verständnis
$g(x)=ax^2+bx+c \quad ; \quad a \neq 0 ; a, b, c \in \mathbb{R}$	Das Aufstellen von Polynomgleichungen findest Du hier nochmal erklärt: Manchmal -wie hier in der Aufgabe- geht es auch ohne LGS • https://hls.bplaced.net/ibis/index.php?U=0&SID=46 • https://hls.bplaced.net/ibis/index.php?U=0&SID=146 • https://hls.bplaced.net/ibis/index.php?U=0&SID=147 • https://hls.bplaced.net/ibis/index.php?U=0&SID=149
$g'(x)=2ax+b$	Ansatz für eine allgemeine quadratische Funktion. „a“ darf nicht null sein, sonst dürfen alle Parameter (a,b und c) jede beliebige Zahl annehmen, b und c könnten auch „0“ sein.
$f(x)=\frac{1}{4}x+1$	In der Aufgabe steht etwas über die Steigung (...senkrecht...) -Y wahrscheinlich braucht man die Ableitung
Bedingungen: 1. $g(0)=1$ 2. $g'(0)=-4$ 3. a) $g'(x_0)=0$ b) $g(x_0)=x_0$	Nicht unbedingt nötig, wenn man der Gerade aber einen Namen (hier „f“ gibt, ist es einfacher, die Bedingungen aufzuschreiben
	G geht durch den Punkt (0 1) Wenn zwei Graphen an einer Stelle (hier x=0) aufeinander senkrecht stehen MÜSSEN die Steigungen diese Bedingung erfüllen: $m_g \cdot m_f = -1$ g hat einen Extrempunkt da muss die Ableitung „0“ sein (notwendige Bedingung) x- und y-Wert stimmen im Extrempunkt überein ...“ HINWEIS: Man braucht 3 Bedingungen um 3 Unbekannte (Parameter) zu bestimmen.
Bed. 1: $g(0)=1 \rightarrow a(0)^2+b(0)+c=1 \rightarrow \mathbf{c=1}$	Für jedes x die Null einsetzen, rechte Seite nicht vergessen und so weit wie möglich vereinfachen HINWEIS Wo möglich immer zuerst Bedingungen mit der Ableitung und/oder mit den x-Werten „0“ auswerten. Das macht vieles kürzer ;-)
Bed. 2: $g'(0)=-4 \rightarrow 2a(0)+b=-4$ $\mathbf{b=-4}$	
Bed. 3: a) $g'(x_0)=0 \rightarrow 2ax+b=0$ $2ax-4=0$ $x_0=\frac{4}{2a} \rightarrow x_0=\frac{2}{a}$ b) $g(x_0)=x_0$ $ax_0^2-4x_0+1=\frac{2}{a}$ $a\left(\frac{2}{a}\right)^2-4\left(\frac{2}{a}\right)+1=\frac{2}{a}$ $a\left(\frac{4}{a^2}\right)-4\left(\frac{2}{a}\right)+1=\frac{2}{a}$ $\frac{4}{a} - \frac{8}{a} + 1 = \frac{2}{a} \quad \cdot a$ $4 - 8 + a = 2$ $\mathbf{a=6}$	ACHTUNG: Wir kennen die Extremstelle noch nicht $\rightarrow$ wir suchen also das „x“ Das „b“ haben wir schon ... also einsetzen Das „x“ haben wir, jetzt können wir das in die Bedingung 3b) einsetzen und „a“ bestimmen Funktionsgleichungen hinschreiben und für alle Parameter, die wir schon bestimmt haben die Zahlenwerte einsetzen Jetzt unseren x-Wert aus 3a) einsetzen und „nach „a“ auflösen Mit a auf BEIDEN SEITEN JEDEN TERM multiplizieren, damit wir a nicht im Nenner haben Fertig. Alle Parameter sind bestimmt.