

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2019

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

	BE
1 Ein Unternehmen stellt in großer Stückzahl technische Geräte her. Ein Viertel der hergestellten Geräte ist fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Geräte in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden. a 20 Geräte werden zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie für folgende Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit: A: „Genau fünf Geräte sind fehlerhaft.“ B: „Mehr als fünf Geräte sind fehlerhaft.“ C: „Mindestens drei, aber weniger als acht Geräte sind fehlerhaft.“ b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1 - (0,25^8 + 0,75^8)$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. c Von den fehlerhaften Geräten werden 80 % so nachbearbeitet, dass sie ebenfalls fehlerfrei sind. Alle fehlerfreien Geräte werden ausgeliefert. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewähltes ausgeliefertes Gerät nachbearbeitet wurde. Kurz nach einer Änderung im Herstellungsverfahren stellt das Unternehmen den Anteil fehlerhafter Geräte von 25 % infrage. Um bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % einen Schätzwert für den Anteil fehlerhafter Geräte zu ermitteln, wird eine	5 3 4

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1),
AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

Stichprobe von 100 Geräten betrachtet. Abbildung 1 zeigt die Graphen der folgenden für $p \in [0;1]$ definierten Funktionen:

$$f: p \mapsto p - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$$

$$g: p \mapsto p + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$$

$$I = \left[p - c \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + c \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

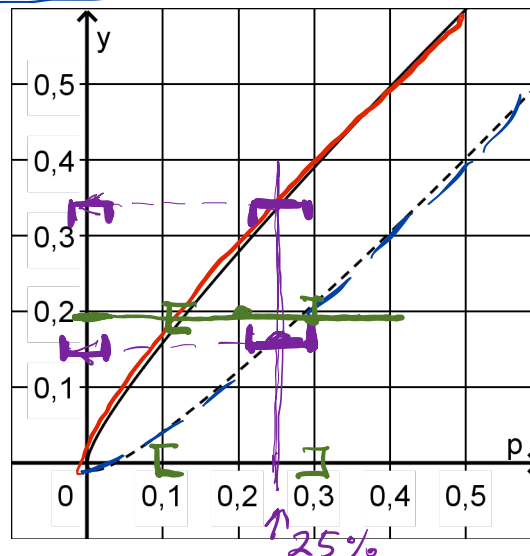


Abb. 1

- d Bestimmen Sie grafisch alle möglichen Anzahlen fehlerhafter Geräte in der Stichprobe, für die bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % jeweils Anlass dazu bestehen würde, die Korrektheit des gegebenen Anteils fehlerhafter Geräte infrage zu stellen. 3
- e Die betrachtete Stichprobe enthält 19 fehlerhafte Geräte. Bestimmen Sie grafisch das zu dieser Anzahl gehörende Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 %. 3
- 2 Eine binomialverteilte Zufallsgröße Y gibt für eine Trefferwahrscheinlichkeit p mit $0 \leq p \leq 1$ die Anzahl der Treffer bei 20 Versuchen an. 3
- a Abbildung 2 zeigt die symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße mit der Wertemenge $\{0; 1; 2; \dots; 20\}$. 3

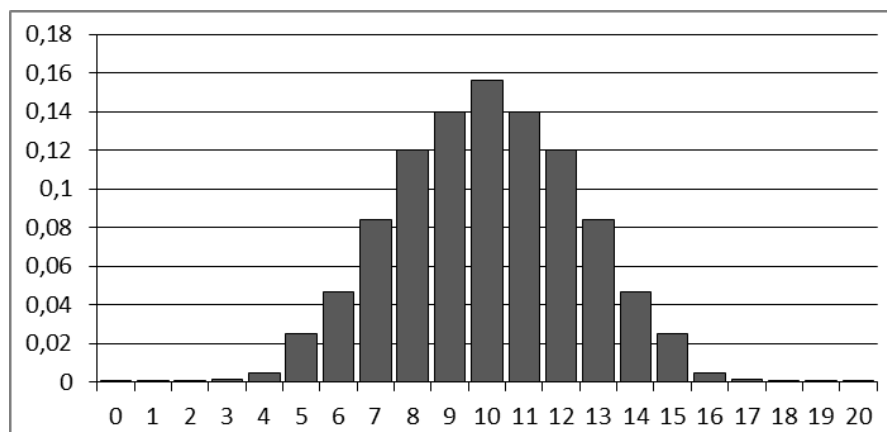


Abb. 2

Begründen Sie, dass es sich nicht um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln kann.

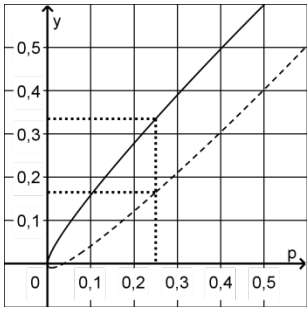
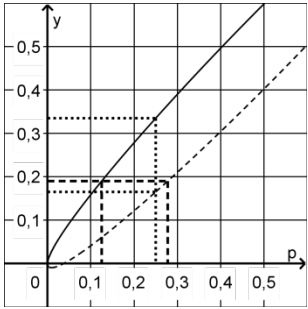
- b** Bestimmen Sie diejenigen Werte von p , für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Y den Wert 10 annimmt, 4,7 % ist.

4

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

		BE
1 a	$P(A) \approx 20,2\%$, $P(B) \approx 1 - 0,6172 \approx 38,3\%$, $P(C) \approx 0,8982 - 0,0913 \approx 80,7\%$	5
b	Zufallsexperiment: „Acht Geräte werden zufällig ausgewählt.“ Ereignis: „Von den ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft und mindestens eines nicht fehlerhaft.“	3
c	$\frac{0,25 \cdot 0,8}{0,75 + 0,25 \cdot 0,8} \approx 21,1\%$	4
d	 Wäre die Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe kleiner als 17 oder größer als 33, so würde Anlass dazu bestehen, die Korrektheit des gegebenen Anteils infrage zu stellen.	3
e	 Für das zur gegebenen Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe gehörende Konfidenzintervall ergibt sich näherungsweise $[0,13; 0,28]$.	3
2 a	Würde es sich um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln, so wäre $p = 0,5$. Es gilt $B(20; 0,5; 10) \approx 0,176$. Die abgebildete Wahrscheinlichkeitsverteilung zeigt für 10 Treffer jedoch eine Wahrscheinlichkeit, die kleiner als 0,16 ist.	3
b	$\binom{20}{10} \cdot p^{10} \cdot (1-p)^{10} = 0,047$ liefert: $p \approx 0,32 \vee p \approx 0,68$	4
		25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	5			I		I		X		
b	3	II		II			II		X	
c	4		II	II		I			X	
d	3			II	II		I		X	
e	3		II	II	II				X	
2 a	3	III			II		II			X
b	4		III			III				X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.