

Gemeinsame Abituraufgabenpools der Länder

Pool für das Jahr 2022

Aufgaben für das Fach Mathematik

Kurzbeschreibung

Anforderungsniveau	Prüfungsteil	Sachgebiet ¹	digitales Hilfsmittel
erhöht	B	Stochastik	WTR

1 Aufgabe

	BE
1 Unter den Kunden eines Krankenversicherungsunternehmens haben 59 % Datenschutzbedenken. Von den Kunden mit Datenschutzbedenken nutzen 23 % ein Fitnessarmband. 19 % aller Kunden haben keine Datenschutzbedenken und nutzen ein Fitnessarmband. a Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar. b Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie Datenschutzbedenken hat. c Es gilt $0,23 \neq 0,59 \cdot 0,23 + 0,19$. Begründen Sie damit, dass die Ereignisse „Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person hat Datenschutzbedenken.“ und „Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband.“ stochastisch abhängig sind. 100 Kunden des Unternehmens werden zufällig ausgewählt. d Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 50 % der ausgewählten Kunden Datenschutzbedenken haben.	3 3 3 2

¹ verwendete Abkürzungen: AG/LA - Analytische Geometrie/Lineare Algebra, AG/LA (A1) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A1), AG/LA (A2) - Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Alternative A2)

- e Ersetzt man die Platzhalter a und b in geeigneter Weise, so kann mit dem Term

$$1 - \sum_{k=51}^{100} \binom{100}{k} \cdot 0,59^k \cdot a^b$$

die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden. Geben Sie an, wodurch die Platzhalter zu ersetzen sind, und beschreiben Sie das zugehörige Ereignis.

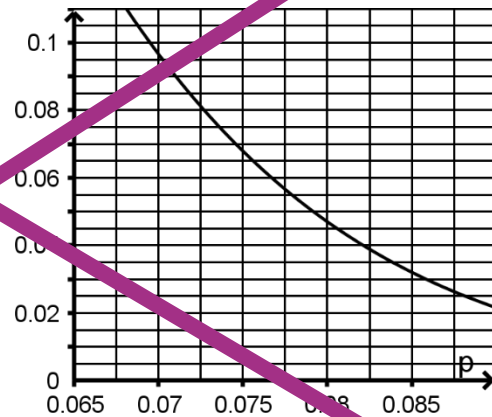
- f Untersuchen Sie, ob es einen Wert von n mit $n > 0$ gibt, für den die folgende Aussage richtig ist:

Werden $2n$ Kunden des Unternehmens zufällig ausgewählt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen niemand Datenschutzbedenken hat, halb so groß wie bei n Kunden.

- 2 Ein Händler vermutet, dass die Fitnessarmbänder eines bestimmten Herstellers besonders häufig Fehler aufweisen. Um einen Anhaltspunkt für den Anteil der fehlerhaften Armbänder unter allen Fitnessarmbändern dieses Herstellers zu gewinnen, führt er einen Signifikanztest mit der Nullhypothese „Der Anteil der fehlerhaften Armbänder beträgt mindestens 7 %.“ durch.

Für diesen Test gilt:

- ♦ Die Nullhypothese wird abgelehnt, wenn höchstens vier Armbänder fehlerhaft sind.
- ♦ Der Abbildung kann die Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art in Abhängigkeit vom Anteil p fehlerhafter Armbänder entnommen werden.

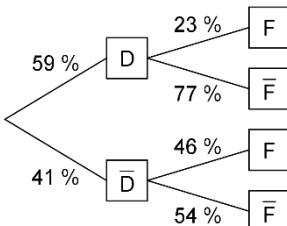


- a Ermitteln Sie den Umfang der für den Test verwendeten Stichprobe.
- b Geben Sie an, welche Überlegung den Händler dazu veranlasst haben könnte, die gewählte Nullhypothese der Alternative „Der Anteil der fehlerhaften Armbänder beträgt höchstens 7 %.“ vorzuziehen. Begründen Sie Ihre Angabe.

25

2 Erwartungshorizont

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

			BE
1	a	 D: „Eine Person hat Datenschutzbedenken.“ F: „Eine Person nutzt ein Fitnessarmband.“ $0,41 \cdot x = 0,19$ liefert $x \approx 46\%$.	3

	b	$\frac{0,59 \cdot 0,23}{0,59 \cdot 0,23 + 0,19} \approx 42\%$	3
	c	0,23 ist der Anteil der Kunden, die ein Fitnessarmband nutzen, unter den Kunden mit Datenschutzbedenken. $0,59 \cdot 0,23 + 0,19$ ist der Anteil der Kunden, die ein Fitnessarmband nutzen, unter allen Kunden. Da die beiden Anteile nicht übereinstimmen, sind die Ereignisse stochastisch abhängig.	3
	d	X: Anzahl der Kunden mit Datenschutzbedenken $P_{0,59}^{100}(X > 50) \approx 96\%$	2
	e	$a = 0,41$, $b = 100 - k$ Ereignis: „Höchstens die Hälfte der ausgewählten Kunden hat Datenschutzbedenken.“	3
	f	$0,41^{2n} = 0,41^n \cdot 0,41^n \neq \frac{1}{2} \cdot 0,41^n$, d. h. es gibt keinen solchen Wert von n.	3
2	a	Die Abbildung liefert für $p = 0,07$ einen Wert zwischen 0,095 und 0,1. Y: Anzahl der fehlerhaften Armbänder $P_{0,07}^{112}(Y \leq 4) \approx 0,101$, $P_{0,07}^{113}(Y \leq 4) \approx 0,097$, $P_{0,07}^{114}(Y \leq 4) \approx 0,093$ Die Stichprobe hatte also einen Umfang von 113 Armbändern.	5
	b	Der Händler möchte vermeiden, irrtümlich von einem zu geringen Anteil fehlerhafter Armbänder auszugehen, da dies beispielsweise zu unerwartet vielen Reklamationen durch Kunden führen könnte. Bei der gewählten Nullhypothese beträgt das Risiko für diesen Irrtum höchstens 9,7 % und ist damit gering. Die Wahrscheinlichkeit dafür, irrtümlich von einem zu großen Anteil auszugehen, kann dagegen wesentlich größer sein.	3
			25

3 Standardbezug

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1 a	3			I	I	I	I	X		
b	3			II		I			X	
c	3	II		II	II		I		X	
d	2			I		I	I	X		
e	3	II		II	II		I		X	
f	3		II	II		II	II		X	
2 a	5	II	III	III	II	I	II			X
b	3	III		III			II			X

4 Bewertungshinweise

Die Bewertung der erbrachten Prüfungsleistungen hat sich für jede Teilaufgabe nach der am rechten Rand der Aufgabenstellung angegebenen Anzahl maximal erreichbarer Bewertungseinheiten (BE) zu richten.

Für die Bewertung der Gesamtleistung eines Prüflings ist passend zur Konzeption der Aufgaben der Aufgabensammlung und des Abituraufgabenpools ein Bewertungsraster² vorgesehen, das angibt, wie die in den Prüfungsteilen A und B insgesamt erreichten Bewertungseinheiten in Notenpunkte umgesetzt werden.

² Das Bewertungsraster ist Teil des Dokuments „Beschreibung der Struktur“, das auf den Internetseiten des IQB zum Download bereitsteht.