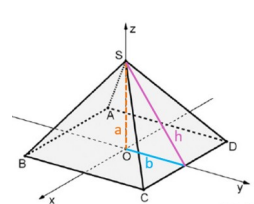
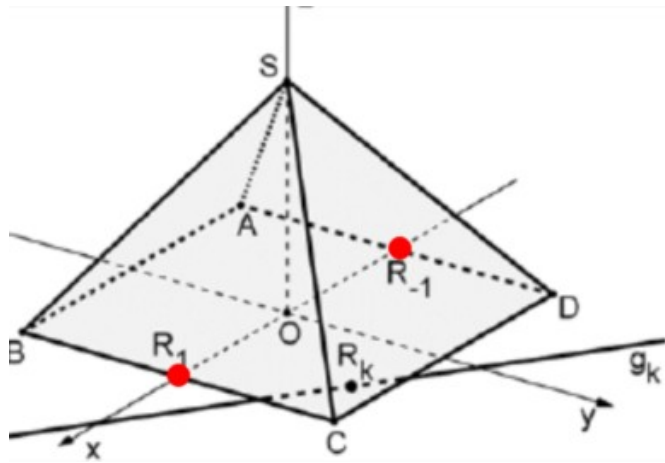


Lösungen zu 2024_M_erhoeht_B_AGLA(A2)_WTR_1

	Das muss (mindestens) aufgeschrieben sein	Das sind nur Kommentare von mir
a)	Quadratische Grundfläche: $A_1 = 6 \cdot 6 = 36 \text{ FE}$ Ein Seiten-Dreieck: $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{3^2 + 4^2} = 15$ Oberfläche $A = 4 \cdot 15 + 36 = 96 \text{ FE}$	Die Oberfläche besteht aus dem Quadrat ABCD und 4 identischen Dreiecken. Das Quadrat hat die Fläche $A_{\text{Quadrat}} = \vec{CD} \cdot \vec{CD}$ (könnte man auch mit eine der anderen Seiten machen ;-) Die Seitenlänge CD nenne ich mal „g“: $g = \vec{CD} = \left \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right = \sqrt{(-6)^2 + 0^2 + 0^2} = 6 \text{ LE}$ also hat das Quadrat $A_{\text{Quadrat}} = \vec{CD} \cdot \vec{CD} = 36 \text{ FE}$ Fläche eines Dreiecks: $A = \frac{1}{2} g \cdot h$ wichtig: g und h MÜSSEN aufeinander senkrecht stehen Die Grundseite g des Dreiecks ist (z.B.) CD. Die Höhe h des Dreiecks kann man über den Pythagoras berechnen: $h^2 = a^2 + b^2$ mit $a = \vec{OS} = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-4)^2} = 4 \text{ LE}$ und $b = \vec{OM} = 3 \text{ LE}$ Das Dreieck hat also die Höhe $h = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ LE}$ Und de Flächeninhalt $A = \frac{1}{2} g \cdot h$ $= \frac{1}{2} 6 \cdot 5 = 15$ Wir haben 4 Dreiecke und das Quadrat, also ist die gesamte Oberfläche: $A = 4 \cdot 15 + 36 = 96 \text{ FE}$ 
b)	(3) beschreibt eine Ebene, die Symmetrieebene der Pyramide ist. Die Koordinaten von S erfüllen Gleichung (1) nicht.	Die Gleichung (2) ist auch eine Spiegelebene, die Aufgabe verlangt aber nur das Begründen von einer.
c)	Normalenvektor von E $\vec{n} = \vec{CD} \times \vec{CS} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $E: 0 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + d = 0$ C in E $\rightarrow d = -12$ $E: 4 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 - 12 = 0$	

d) 1) $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ → Der Punkt Q liegt auf einer Gerade g die senkrecht zur Bodenfläche ABCD liegt → P liegt auf dieser Gerade g. 2) $4 \cdot 4t + 3 \cdot (p + 3t) = 12$ → Die Gerade g schneidet die Ebene im Punkt Q 3) $ \overrightarrow{PQ} = p$ → Der Abstand von P zu Q ist gleich dem Abstand von Q zur Grundfläche	Das ist eigentlich nur eine Geradengleichung. Der Aufpunkt ist P(0 0 p) der Richtungsvektor ist genau der Normalenvektor der Ebene und $\overrightarrow{OQ}$ beschreibt den Ortsvektor eines Punktes Q, der auf dieser Gerade liegt (Wenn P von allen Seiten gleich weit entfernt ist, muss er auf einer Geraden liegen, die genau in der Mitte der Pyramide ist und senkrecht zu deren Boden verläuft) Hier wurde der „allgemeine Punkt“ Q(0 4t p+3t) in die Ebenengleichung eingesetzt (das haben wir ja auch immer gemacht, um den Schnittpunkt -hier Q genannt- zu berechnen.
e) $4k \cdot 0 + 4 \cdot \sqrt{1-k^2} \cdot 0 + 3 \cdot 4 = 12$ $12 = 12$ S liegt in allen Ebenen E_k	Eine Schar ist eine Gleichung (für Geraden, Ebenen, ...), die noch einen weiteren Parameter hat (hier das k), den schreibt man als Index an die Ebene, um klar zu machen, dass es eine Schar ist. Eigentlich nichts anderes als eine Punktprobe ;-) Der Punkt S(0 0 4) wird in die angegebene Ebenengleichung E_k eingesetzt Das ist eine wahre Aussage (unabhängig vom Wert, der für k eingesetzt wird, ist diese Gleichung immer erfüllt), also liegt S in jeder Ebene
f) $\sin(\alpha) = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{n} }{ \vec{u} \cdot \vec{n} }$ $u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $n = \begin{pmatrix} 4k \\ 4\sqrt{1-k^2} \\ 3 \end{pmatrix}$ $ \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 + 0 \cdot \sqrt{1-k^2} + 1 \cdot 3 = 3$ $ \vec{u} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} = 1$ $ \vec{n} = \sqrt{(4k)^2 + (4\sqrt{1-k^2})^2 + 3^2} = \sqrt{16k^2 + 16 - 16k^2 + 9} = \sqrt{25} = 5$ $ \vec{u} \cdot \vec{n} = 1 \cdot 5 = 5$ $\sin(\alpha) = \frac{3}{5} \quad \rightarrow \text{unabhängig von } k$	Die Formel für den „Winkel zwischen Gerade und Ebene“ findet sich in der Formelsammlung ;-) Der Vektor u ist der Richtungsvektor der Gerade, die durch O und S geht. Dieser Vektor ist parallel zur x3-Achse (sieht man in der Abbildung). Der Vektor n ist der Normalenvektor der Ebenenschar, Zähler der Formel mit dem Skalarprodukt $u \cdot n$ berechnen Nenner der Formel als Produkt der Längen der Vektoren u und n berechnen Es ist kein k mehr in der Gleichung also ist der Winkel von k unabhängig.

g)



h) Der Körper ist ein halbierter Kegel.

$$V = \frac{1}{6} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 6 \pi \text{ VE}$$

Die Formel für das Volumen eines Kegels findet sich in der Formelsammlung:

$$V = \frac{1}{6} \cdot G \cdot h$$

G ist die kreisförmige Grundfläche $G = \pi r^2$ mit $r=3$ (Abstand O bis R_1)

Der Kegel ist halbiert, da k von $[-1 ; 1]$ geht.

